

文章编号:1000-8055(2012)05-1080-07

振动传递路径系统的传递可靠性灵敏度

赵 薇, 张义民

(东北大学机械 工程与自动化学院, 沈阳 110004)

摘 要: 基于 Kronecker 代数、矩阵微分理论、向量值、矩阵值函数的二阶矩技术及随机有限元方法, 实用有效地提出了具有随机路径的振动传递路径系统的传递可靠性及可靠度灵敏度的分析方法. 在考虑传递路径参数, 包括质量、刚度、位置参数不确定性的条件下, 对振动传递路径系统的传递可靠性和可靠度、灵敏度进行了理论分析和数值计算, 给出了随机振动传递路径系统传递可靠度及可靠性灵敏度的一般数学表达式, 据此可以考虑工程实际中大量的传递系统中固有的不确定性, 为解决不确定振动传递路径系统的问题提供有效方便的途径, 为其结构的动力修改提供理论基础.

关 键 词: 振动; 传递路径; 随机参数; 可靠度; 可靠性灵敏度

中图分类号: O484; TB123

文献标志码: A

Reliability sensitivity of vibration transfer path systems

ZHAO Wei, ZHANG Yi-min

(School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University,
Shenyang 110004, China)

Abstract: The Kronecker algebra, the matrix calculus, the generalized second moment technique of vector-valued functions and matrix-valued functions, and the stochastic finite element theory were the basis of this journal. The effective approach for the transfer reliability and reliability sensitivity for vibration transfer path systems was presented, and the transfer reliability and reliability sensitivity of the vibration transfer path systems with uncertain paths, which included mass, stiffness and position, were analyzed theoretically and computed numerically, and the correlated mathematical expressions were obtained. Thus, in practical project, the most uncertain factors in vibration transfer systems can be considered so as to give the effective way for solving the vibration transfer path systems with uncertain factors, which provide the theoretical foundation for the dynamic design of vibration systems.

Key words: vibration; transfer path; random parameters; reliability;
reliability sensitivity

随着机械设备复杂程度的提高以及高速、重载、高精、轻巧等极端动作性能和使用性能的不断提出, 使机械系统的振动分析以及振动控制技术

变得越来越重要, 其所涉及的研究领域也越来越广泛. 为了从振动特性传递环节着手来实现系统的阻振、隔振设计及结构的动态优化设计, 本文提

收稿日期: 2011-06-21; 网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120525.1516.201205.1080_018.html

基金项目: 长江学者和创新团队发展计划(IRT0816); “高档数控机床与基础制造装备”科技重大专项课题(2010ZX04014-014);

国家自然科学基金(50875039); “十一五”国家科技支撑计划(2009BAG12A02-A07-2)

作者简介: 赵薇(1977—), 女, 辽宁昌图人, 讲师, 博士生, 主要从事振动传递路径系统理论的研究.

E-mail: weizhao@mail.neu.edu.cn

出了振动传递路径系统的概念. 振动传递路径系统包括三部分: 振动源、振动传递路径及振动接受结构. 传递路径是指振动由振动源经由特定的媒介物传递至接受结构所经过的物理介质. 目前振动系统传递路径的分析主要采用的是实验方法和能量传递方法^[1-5].

振动传递路径系统的可靠性问题一般可以从两个方面来加以研究: 一方面可以把传递路径的传递力、传递率等指标超限作为度量做可靠性研究, 这种基于结构系统响应的可靠性研究, 必须依托于系统的随机响应分析; 另一方面的可靠性研究可以把共振引起的结构失效做为可靠性的度量. 共振时结构的动应力非常大, 这样的情形比传递力、传递率超限更加危险. 以随机有限元法和可靠性的基本理论为基础, 本文根据具有随机结构参数的振动传递路径系统的固有频率与激振频率差的绝对值不超过规定值的关系准则, 定义了传递路径系统共振问题的可靠性模式, 提出了路径传递可靠度的概念, 与灵敏度分析技术相结合, 讨论了路径各种随机参数的统计特性对振动传递路径系统传递可靠度的影响程度, 获得了系统传递可靠性灵敏度的分析结果. 在此基础上利用动力修改技术设计可以快速有效地优化结构系统, 进而满足规定的要求.

1 振动传递路径系统模型

由于自身结构的不对称或受到力矩作用时, 振动系统都会发生转动. 图1所示的振动传递路径系统不仅具有直线自由度, 还具有转动自由度. 由于摇摆运动的发生, 传递路径系统中不仅要体现路径的物理参数, 如质量、刚度、阻尼, 还要体现路径的几何特性, 如位置、形状等.

这里振源和接受体都看做是刚性体, 质量分别是 m_s, m_r , 绕质心的转动惯量分别表示为 I_s, I_r .

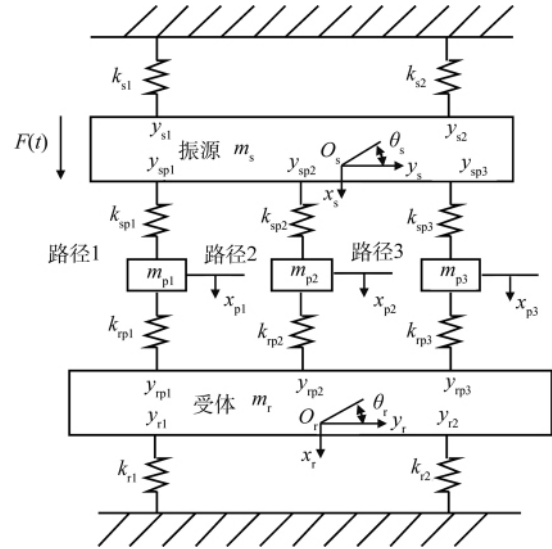


图1 具有直线与摇摆耦合运动的振动路径模型

Fig. 1 Model of vibration transfer path system with straight and rotation motion

I_r . 与振源两端固连的刚度表示为 k_{s1}, k_{s2} , 阻尼表示为 c_{s1}, c_{s2} . 固连接受体两端的刚度表示为 k_{r1}, k_{r2} , 阻尼表示为 c_{r1}, c_{r2} . 相对于振源质心, 振源固连处的位置表示为 y_{s1}, y_{s2} , 3条路径与振源的连接位置表示为 $y_{sp1}, y_{sp2}, y_{sp3}$. 相对于接受体质心, 接受体固连位置分别表示为 $y_{rp1}, y_{rp2}, y_{rp3}$. 由于集中质量的存在, 3条路径中的刚度和阻尼可分为两部分: 靠近振源一侧的刚度分别表示为 $k_{sp1}, k_{sp2}, k_{sp3}$, 阻尼分别表示为 $c_{sp1}, c_{sp2}, c_{sp3}$; 靠近接受体一侧的刚度分别表示为 $k_{rp1}, k_{rp2}, k_{rp3}$, 阻尼分别表示为 $c_{rp1}, c_{rp2}, c_{rp3}$. 3条路径质量用 m_{p1}, m_{p2}, m_{p3} 来表示. 这里给出的具有直线与摇摆耦合运动的振动传递路径系统为线性系统, 应用拉格朗日方程^[6-7]建立系统的振动微分方程为

$$M\ddot{x} + Kx = F(t) \quad (1)$$

式中

$$M = \text{diag}(m_s, I_s, m_{p1}, m_{p2}, m_{p3}, m_r, I_r)$$

$$K = \begin{bmatrix} \sum k_{sn} & -\sum k_{sn}y_{sn} & -k_{sp1} & -k_{sp2} & -k_{sp3} & 0 & 0 \\ -\sum k_{sn}y_{sn} & \sum k_{sn}y_{sn}^2 & k_{sp1}y_{sp1} & k_{sp2}y_{sp2} & k_{sp3}y_{sp3} & 0 & 0 \\ -k_{sp1} & k_{sp1}y_{sp1} & k_{sp1} + k_{rp1} & 0 & 0 & -k_{rp1} & k_{rp1}y_{rp1} \\ -k_{sp2} & k_{sp2}y_{sp2} & 0 & k_{sp2} + k_{rp2} & 0 & -k_{rp2} & k_{rp2}y_{rp2} \\ -k_{sp3} & k_{sp3}y_{sp3} & 0 & 0 & k_{sp3} + k_{rp3} & -k_{rp3} & k_{rp3}y_{rp3} \\ 0 & 0 & -k_{rp1} & -k_{rp2} & -k_{rp3} & \sum k_{rn} & -\sum k_{rn}y_{rn} \\ 0 & 0 & k_{rp1}y_{rp1} & k_{rp2}y_{rp2} & k_{rp3}y_{rp3} & -\sum k_{rn}y_{rn} & \sum k_{rn}y_{rn}^2 \end{bmatrix}$$

$$n = 1, 2, p1, p2, p3$$

$$F(t) = \{F_0 \sin(\omega t) \quad M_0 \sin(\omega t) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}$$

$$x(t) = \{x_s \quad \theta_s \quad x_{p1} \quad x_{p2} \quad x_{p3} \quad x_r \quad \theta_r\}$$

对于该振动系统,传递路径中的所有参数可以用一个随机参数向量 $b_{s \times 1} = (m_{p1} \quad m_{p2} \quad m_{p3} \quad k_{sp1} \quad k_{sp2} \quad k_{sp3} \quad k_{rp1} \quad k_{rp2} \quad k_{rp3} \quad \gamma_{sp1} \quad \gamma_{sp2} \quad \gamma_{sp3} \quad \gamma_{rp1} \quad \gamma_{rp2} \quad \gamma_{rp3})^T$ 来描述,这些随机参数的概率统计特性是已知的。

依据以上模型,具有随机参数的振动传递系统的运动方程可以表示为

$$M(b)\ddot{x}(b,t) + K(b)x(b,t) = F(t) \quad (2)$$

2 系统特征值分析的随机有限元法

根据泰勒级数展开理论,如果向量 $u_{p \times 1}$ 为向量 $v_{s \times 1}$ 的函数,则 v 在标称值 $\bar{v} = E(v)$ 处的二阶泰勒表达式为

$$u(v) = u(\bar{v}) + \left. \frac{\partial u}{\partial v^T} \right|_{v=\bar{v}} dv + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial^2 v^T} \right|_{v=\bar{v}} (dv)^{[2]} \quad (3)$$

式中 $dv^{[2]} = dv \otimes dv$ 为 dv 的二阶 Kronecker 幂,符号 $\otimes$ 代表 Kronecker 积,定义为 $u_{p \times 1} \otimes v_{s \times 1} = (u_i v_j)_{ps \times 1}$,矩阵导数定义为 $\partial u / \partial v = (\partial u / \partial v_i)_{ps \times 1}^{[8-9]}$ 。

由于振动传递路径系统结构参数 $b_j (j = 1, 2, \dots, s)$ 为随机变量,故结构的特征解和特征向量也是随机变量,同样可展开成泰勒级数。

随机参数系统的随机特征值问题^[8]可表示为

$$K(b)u_i(b) = \omega_i^2(b)M(b)u_i(b) \quad (4)$$

把方程(4)两边在 $\bar{b}$ 附近展开成二阶泰勒表达式,比较 db 的同次幂,展开到一阶为止,得到和方程(4)相似的递推方程

$$\begin{aligned} K(\bar{b})u_i(\bar{b}) &= \omega_i^2(\bar{b})M(\bar{b})u_i(\bar{b}) \quad (5) \\ \left[\left. \frac{\partial K}{\partial b^T} \right|_{b=\bar{b}} - \omega_i^2(\bar{b}) \left. \frac{\partial M}{\partial b^T} \right|_{b=\bar{b}} - \left. \frac{\partial \omega_i^2}{\partial b^T} \right|_{b=\bar{b}} M(\bar{b}) \right] \times \\ u_i(\bar{b}) &+ [K(\bar{b}) - \omega_i^2(\bar{b})M(\bar{b})] \left. \frac{\partial u_i}{\partial b^T} \right|_{b=\bar{b}} = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

其中式(5)即为结构参数取均值 $\bar{b} = (\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_s)^T$ 时的确定性特征值问题,按常规特征值问题的解法,便可求得所需要的确定性的特征解 $\omega_i^2(\bar{b})$ 和 $u_i(\bar{b})$,可记为 $\bar{\omega}_i^2$ 和 $\bar{u}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

由式(6)可以求出特征解的一阶灵敏度 $\left. \frac{\partial \omega_i^2}{\partial b^T} \right|_{b=\bar{b}}$ 和 $\left. \frac{\partial u_i}{\partial b^T} \right|_{b=\bar{b}}$,也可记为 $\frac{\partial \bar{\omega}_i^2}{\partial b^T}$ 和 $\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial b^T} (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

用 $\bar{u}_i^T$ 左乘式(6),又由于 K, M 为实对称矩阵,所以可得

$$\frac{\partial \omega_i^2}{\partial b^T} \bar{u}_i^T M \bar{u}_i = \bar{u}_i^T \left(\frac{\partial K}{\partial b^T} - \bar{\omega}_i^2 \frac{\partial M}{\partial b^T} \right) \bar{u}_i \quad (7)$$

由特征向量的正则化条件,可求出随机系统固有频率对随机参数均值的一阶灵敏度为

$$\frac{\partial \bar{\omega}_i}{\partial b^T} = \frac{1}{2\bar{\omega}_i} \left[\bar{u}_i^T \left(\frac{\partial K}{\partial b^T} - \bar{\omega}_i^2 \frac{\partial M}{\partial b^T} \right) \bar{u}_i \right] \quad (8)$$

根据泰勒级数展开式和二阶矩法可知随机参数系统固有频率的均值和方差可记为

$$E(\omega_i) = \bar{\omega}_i + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{\omega}_i}{\partial^2 b} \text{Var}(b) \quad (9)$$

$$\text{Var}(\omega_i) = \left(\frac{\partial \bar{\omega}_i}{\partial b^T} \right)^{[2]} \text{Var}(b) \quad (10)$$

式中 $\text{Var}(b)$ 为随机参数的方差矩阵,包含所有的方差和协方差。

由式(10)可得固有频率方差对随机参数方差的一阶灵敏度为

$$\frac{\partial \sigma_{\omega_i}}{\partial \text{Var}(b)} = \frac{1}{2\sigma_{\omega_i}} \left(\frac{\partial \bar{\omega}_i}{\partial b^T} \right)^{[2]} \quad (11)$$

3 系统传递可靠性分析

根据可靠性的干涉理论^[10],振动传递路径系统共振的状态函数可以定义为

$$g_{ij}(p_j, \omega_i) = |p_j - \omega_i| \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m) \quad (12)$$

式中 p_j 为振动传递路径系统的第 j 个激振频率; ω_i 为振动传递路径系统的第 i 阶固有频率。

根据激振频率 p_j 和固有频率 ω_i 之间所确定的状态函数,可以确定振动传递路径系统的两种状态,即

$$\begin{cases} g_{ij}(p_j, \omega_i) = |p_j - \omega_i| \leq \gamma & \text{失效} \\ g_{ij}(p_j, \omega_i) = |p_j - \omega_i| > \gamma & \text{安全} \end{cases} \quad (13)$$

式中 γ 为一特定区间,根据经验特定区间 γ 一般取固有频率均值的 5%~15% 倍。

令 $G_{ij} = p_j - \omega_i$,则函数 G_{ij} 的均值和方差分别为

$$\mu_{G_{ij}} = E(G_{ij}) = \mu_{p_j} - \mu_{\omega_i} \quad (14)$$

$$\sigma_{G_{ij}}^2 = \text{Var}(G_{ij}) = \sigma_{p_j}^2 + \sigma_{\omega_i}^2 \quad (15)$$

振动传递路径系统产生共振的准失效概率为

$$P_f^{ij} = \int_{-\gamma_i \leq G_{ij} \leq \gamma_i} f_b(b) db \quad (16)$$

式中 $f_b(b)$ 是系统基本随机参数向量 $b = (b_1, b_2, \dots, b_s)^T$ 的联合概率密度。

图 1 所示的振动传递路径系统的随机参数是服从正态分布的,这为振动传递路径系统的可靠

性分析带来了方便. 在激振频率和固有频率分别独立地服从正态分布的情况下, 系统准失效指标为

$$\beta_1^{ij} = \frac{E(\gamma_i - G_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(\gamma_i - G_{ij})}} \quad (17)$$

$$\beta_2^{ij} = \frac{E(-\gamma_i - G_{ij})}{\sqrt{\text{Var}(-\gamma_i - G_{ij})}} \quad (18)$$

系统准失效概率为

$$P_f^{ij} = \Phi(\beta_1^{ij}) - \Phi(\beta_2^{ij}) = \Phi\left(\frac{\gamma_i - \mu_{G_{ij}}}{\sigma_{G_{ij}}}\right) - \Phi\left(\frac{-\gamma_i - \mu_{G_{ij}}}{\sigma_{G_{ij}}}\right) \quad (19)$$

式中 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数.

在振动传递路径系统中, 当任一个激振频率与固有频率相接近, 就会使系统发生共振, 这样的随机结构系统应为串联系统, 由此可以得到整个系统的准失效概率为

$$P_f = 1 - \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m (1 - P_f^{ij}) \quad (20)$$

传递可靠度为

$$R = 1 - P_f = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m (1 - P_f^{ij}) \quad (21)$$

4 系统传递可靠性灵敏度分析

可靠性灵敏度分析是在分析系统传递可靠性的基础上进行的, 不仅能定性地分析系统随参数变化的改变程度, 更能定量地反映出随机参数的重要性.

可靠性灵敏度定义为可靠度 R 对基本随机变量分布参数的偏导数^[11-12]. 由此, 可靠度对随机变量均值 $\bar{b}$ 的可靠性灵敏度表达式为

$$\frac{DR}{D\bar{b}^T} = \frac{\partial R}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \mu_g} \frac{\partial \mu_g}{\partial \bar{b}^T} \quad (22)$$

可靠度对随机变量方差 $\text{Var}(b)$ 的可靠性灵敏度表达式为

$$\frac{DR}{D\text{Var}(b)} = \frac{\partial R}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_g} \frac{\partial \sigma_g}{\partial \text{Var}(b)} \quad (23)$$

其中 β 为可靠性指标; μ_g 为状态函数的均值; σ_g 为状态函数标准差.

由式(22)得振动传递路径系统的传递可靠度 R 对随机参数均值 $\bar{b}$ 的可靠性灵敏度可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{DR}{D\bar{b}} &= \sum_{v=1}^n \sum_{w=1}^m \left(\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m \frac{1 - P_f^{ij}}{1 - P_f^{vw}} \right) \times \\ &\left[-\frac{\partial P_f^{vw}}{\partial \beta_1^{vw}} \left(\frac{\partial \beta_1^{vw}}{\partial \mu_{G_{vw}}} \frac{\partial \mu_{G_{vw}}}{\partial \bar{b}} + \frac{\partial \beta_1^{vw}}{\partial \gamma_v} \frac{\partial \gamma_v}{\partial \bar{b}} \right) - \right. \\ &\left. \frac{\partial P_f^{vw}}{\partial \beta_2^{vw}} \left(\frac{\partial \beta_2^{vw}}{\partial \mu_{G_{vw}}} \frac{\partial \mu_{G_{vw}}}{\partial \bar{b}} + \frac{\partial \beta_2^{vw}}{\partial \gamma_v} \frac{\partial \gamma_v}{\partial \bar{b}} \right) \right] \quad (24) \end{aligned}$$

式中

$$\frac{\partial P_f^{vw}}{\partial \beta_1^{vw}} = \varphi(\beta_1^{vw}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\beta_1^{vw})^2}{2}} \quad (25)$$

$$\frac{\partial P_f^{vw}}{\partial \beta_2^{vw}} = -\varphi(\beta_2^{vw}) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\beta_2^{vw})^2}{2}} \quad (26)$$

$$\frac{\partial \gamma_v}{\partial \mu_{\omega_v}} = 0.05 \sim 0.15 \quad (27)$$

将可靠性分析结果和式(8)、式(14)、式(17)、式(18)、式(25)~式(27)代入式(24)可得到可靠度对随机参数均值 $\bar{b}$ 的灵敏度 $\frac{DR}{D\bar{b}}$.

由式(23)可得, 振动传递路径系统的传递可靠度 R 对随机参数方差的可信性灵敏度可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{DR}{D\text{Var}(b_s)} &= \sum_{v=1}^n \sum_{w=1}^m \left(\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m \frac{1 - P_f^{ij}}{1 - P_f^{vw}} \right) \\ &\left(-\frac{\partial P_f^{vw}}{\partial \beta_1^{vw}} \frac{\partial \beta_1^{vw}}{\partial \sigma_{G_{vw}}} \frac{\partial \sigma_{G_{vw}}}{\partial \sigma_{\omega_v}} \frac{\partial \sigma_{\omega_v}}{\partial \text{Var}(b)} - \right. \\ &\left. \frac{\partial P_f^{vw}}{\partial \beta_2^{vw}} \frac{\partial \beta_2^{vw}}{\partial \sigma_{G_{vw}}} \frac{\partial \sigma_{G_{vw}}}{\partial \sigma_{\omega_v}} \frac{\partial \sigma_{\omega_v}}{\partial \text{Var}(b)} \right) \quad (28) \end{aligned}$$

将可靠性分析结果和式(11)、式(15)、式(17)、式(18)、式(25)、式(26)代入式(28)可得到可靠性对随机参数方差 $\text{Var}(b)$ 的灵敏度 $\frac{DR}{D\text{Var}(b)}$.

5 分析算例

某一振动传递路径系统, 如图1所示, 系统参数量值如下: $k_{s1} = 500 \text{ N/m}$, $k_{s2} = 500 \text{ N/m}$, $m_s = 0.7724 \text{ kg}$, $I_{sz} = 2.5799 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $y_{s1} = -0.10 \text{ m}$, $y_{s2} = 0.10 \text{ m}$, $k_{r1} = 1000 \text{ N/m}$, $k_{r2} = 1000 \text{ N/m}$, $m_r = 1.0556 \text{ kg}$, $I_{rz} = 7.8772 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $y_{r1} = -0.15 \text{ m}$, $y_{r2} = 0.15 \text{ m}$, $m_{p1} = 0.4 \text{ kg}$, $m_{p2} = 0.5 \text{ kg}$, $m_{p3} = 0.6 \text{ kg}$, $k_{sp1} = k_{rp1} = 800 \text{ N/m}$, $k_{sp2} = k_{rp2} = 600 \text{ N/m}$, $k_{sp3} = k_{rp3} = 400 \text{ N/m}$, $y_{sp1} = -0.09 \text{ m}$, $y_{rp1} = -0.10 \text{ m}$, $y_{sp2} = 0.03 \text{ m}$, $y_{rp2} = 0.02 \text{ m}$, $y_{sp3} = 0.10 \text{ m}$, $y_{rp3} = 0.09 \text{ m}$.

垂直激励力作用点位置为 $y_f = 0.05 \text{ m}$, 激励的幅值为 $F_0 = 10 \text{ N}$; 路径随机参数可以表示为随机参数向量 $b_{15 \times 1} = (m_{p1} \ m_{p2} \ m_{p3} \ k_{sp1} \ k_{sp2} \ k_{sp3} \ k_{rp1} \ k_{rp2} \ k_{rp3} \ y_{sp1} \ y_{sp2} \ y_{sp3} \ y_{rp1} \ y_{rp2} \ y_{rp3})^T$, 其中路径的随机刚度、质量分别服从方差系数为 0.05 的正态分布, 几何位置服从方差系数为 0.005 的正态分布.

根据公式(21)即可算出此振动传递路径系统随激振频率变化的传递可靠度, 如图2所示.

系统的固有频率均值为

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_1 &= 39.130, \quad \bar{\omega}_2 = 63.891, \quad \bar{\omega}_3 = 98.316, \\ \bar{\omega}_4 &= 116.088, \quad \bar{\omega}_5 = 144.487, \\ \bar{\omega}_6 &= 166.359, \quad \bar{\omega}_7 = 213.428.\end{aligned}$$

由图 2 可以看出,当系统的激振频率远离系统的各阶固有频率时可靠性较高,随着激振频率接近系统的固有频率,可靠度逐步降低直至为 0,此时系统处于共振的失效或准失效状态,这是工程实际当中必须要避免的频率区域。

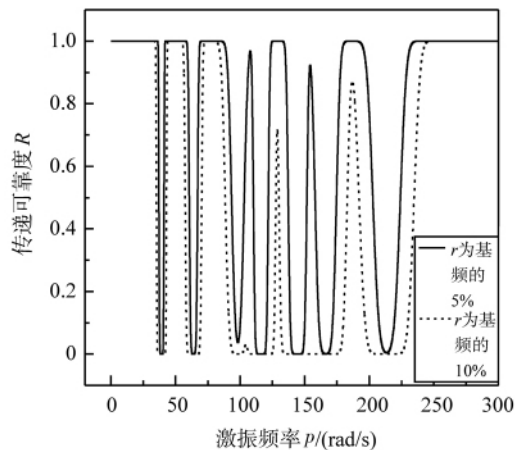


图 2 传递可靠度随激振频率的变化曲线

Fig. 2 Transfer reliability with exciting frequency

由公式(24)可得到此振动传递路径系统的传递可靠度 R 对随机参数均值 $\bar{b}$ 的可靠性灵敏度,如图 3~图 7 所示。

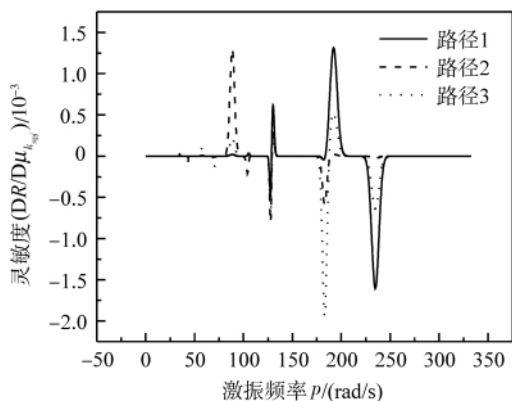


图 3 可靠性灵敏度 $DR/D\mu_{k_{spl}}$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 3 Transfer reliability sensitivity $DR/D\mu_{k_{spl}}$ with exciting frequency

由图 3~图 7 可以看出系统传递可靠度对路径位置均值的灵敏度最大,对路径质量均值的灵敏度次之,对路径刚度均值的灵敏度最小,并且各类参数灵敏度的量级有一定的差别。同一类参数的灵敏度量级一致,各路径(路径 1、路径 2、路径

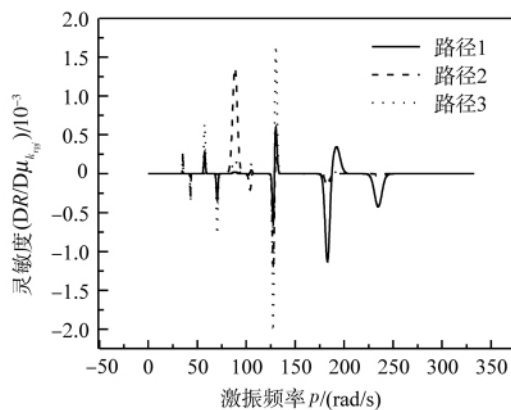


图 4 可靠性灵敏度 $DR/D\mu_{k_{rpl}}$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 4 Transfer reliability sensitivity $DR/D\mu_{k_{rpl}}$ with exciting frequency

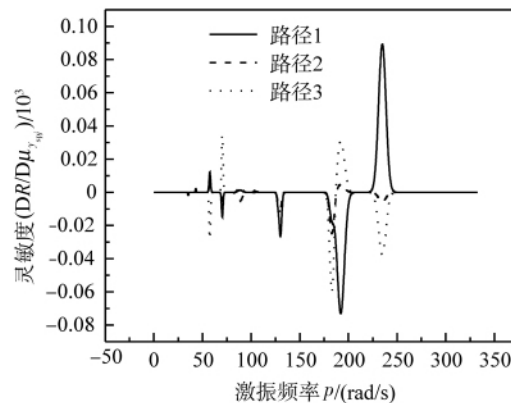


图 5 可靠性灵敏度 $DR/D\mu_{y_{spl}}$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 5 Transfer reliability sensitivity $DR/D\mu_{y_{spl}}$ with exciting frequency

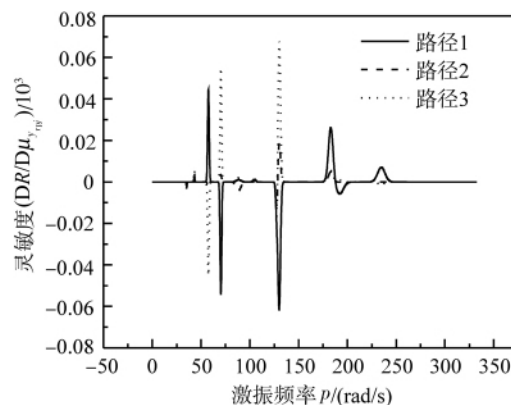


图 6 可靠性灵敏度 $DR/D\mu_{y_{rpl}}$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 6 Transfer reliability sensitivity $DR/D\mu_{y_{rpl}}$ with exciting frequency

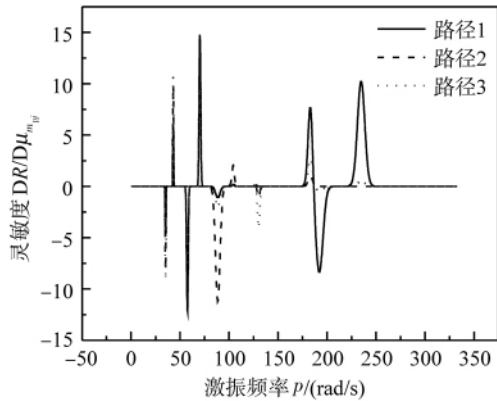


图7 可靠性灵敏度 $DR/D\mu_{m_{pj}}$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 7 Transfer reliability sensitivity $DR/D\mu_{m_{pj}}$ with exciting frequency

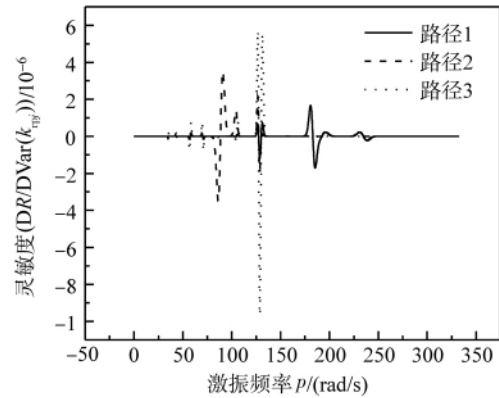


图9 可靠性灵敏度 $DR/DVar(k_{rpj})$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 9 Transfer reliability sensitivity $DR/DVar(k_{rpj})$ with exciting frequency

3) 参数在不同的激振频率处重要性排序不同, 变化趋势由灵敏度随激振频率变化曲线所描述。

由公式(28)可计算此振动传递路径系统的传递可靠度 R 对随机参数方差 $Var(b)$ 的可靠性灵敏度, 如图8~图12所示。

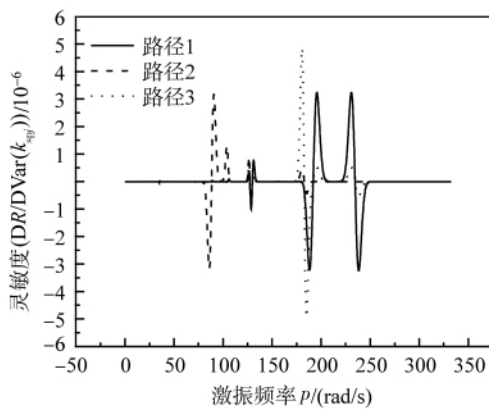


图8 可靠性灵敏度 $DR/DVar(k_{spj})$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 8 Transfer reliability sensitivity $DR/DVar(k_{spj})$ with exciting frequency

由图8~图12可以看出, 与对随机参数均值的灵敏度相似, 系统传递可靠度对路径位置方差的灵敏度最大, 对路径质量方差的灵敏度次之, 对路径刚度方差的灵敏度最小, 各类参数灵敏度的量级差别变得更大。同一类参数的灵敏度量级一致, 各路径(路径1、路径2、路径3)参数在不同的激振频率处重要性排序不同, 变化趋势由灵敏度随激振频率变化曲线所描述。

一般来说, 可靠度对各类路径参数均值和方

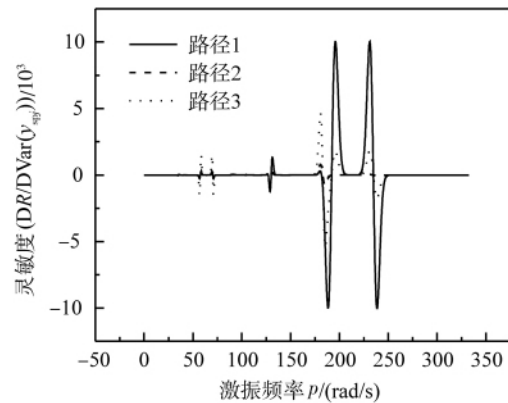


图10 可靠性灵敏度 $DR/DVar(y_{spj})$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 10 Transfer reliability sensitivity $DR/DVar(y_{spj})$ with exciting frequency

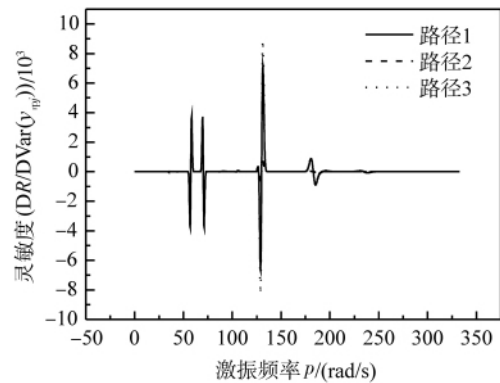


图11 可靠性灵敏度 $DR/DVar(y_{rpj})$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 11 Transfer reliability sensitivity $DR/DVar(y_{rpj})$ with exciting frequency

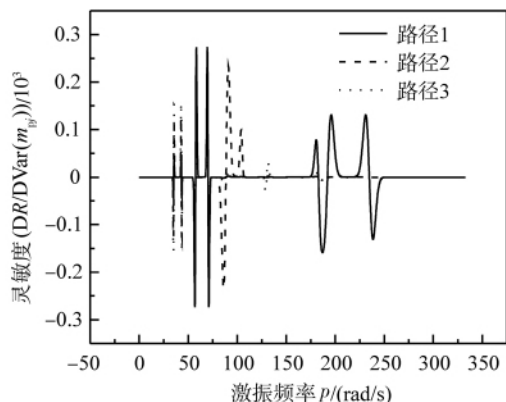


图 12 可靠性灵敏度 $DR/DVar(m_{pj})$ 随激振频率的变化曲线

Fig. 12 Transfer reliability sensitivity $DR/DVar(m_{pj})$ with exciting frequency

差的灵敏度量级差别很大是由于参数均值量级不同所带来的, 路径刚度均值量级大, 其灵敏度量级就小, 路径位置、路径质量均值量级小, 其参数灵敏度量级就大. 另外路径位置的方差量级也比其它路径参数的方差量级要小, 这样就使得传递可靠度对路径位置方差的灵敏度量级变得更大.

6 结 论

本文提出了具有随机路径的振动传递路径系统传递可靠度的概念, 推导了传递可靠度和可靠性灵敏度的计算公式, 获得系统传递可靠性灵敏度的分析结果, 分析了系统路径参数的随机性对系统传递可靠度的影响程度. 通过算例表明该理论对于解决工程问题具有实际意义, 能够获得满意的效果, 对于评价振动传递路径系统随机参数重要性问题提供了简便有效的方法. 为工程设计人员进行有效的动态设计及优化, 提供了坚实的理论基础.

参考文献:

- [1] Singh R, Kim S. Examination of multi-dimensional vibration isolation measures and their correlation to sound radiation over a broad frequency range[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 262(3): 419-455.
- [2] Lyon R H, Dejong R G. Theory and application of statistical energy analysis[M]. Boston: Butterworth-Heinemann, 1995.
- [3] Wohlever J L, Bernhard R J. Mechanical energy flow models of rods and beams[J]. Journal of Sound and Vibration, 1992, 153(1): 1-19.
- [4] Vetter W J. Matrix calculus operations and Taylor expansions[J]. SIAM Review, 1973, 15(2): 352-369.
- [5] Lee S K. Application of vibration power flow to a passenger car for reduction of interior noise[J]. Journal of Shock and Vibration, 2000, 7(5): 277-285.
- [6] 张义民. 机械振动[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [7] 倪振华. 振动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989.
- [8] 陈塑寰. 随机参数结构的振动理论[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1992.
- [9] WEN Bangchun, ZHANG Yimin, LIU Qiaoling. Response of uncertain nonlinear vibration systems with 2D matrix functions[J]. Journal of Nonlinear Dynamics, 1998, 15(2): 179-190.
- [10] 张义民. 汽车零部件可靠性设计[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000.
- [11] ZHANG Yimin, LÜ Chunmei, ZHOU Na, et al. Frequency reliability sensitivity for dynamic structural systems[J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2010, 38(1): 74-85.
- [12] 苏长青, 张义民, 吕春梅, 等. 转子系统振动的频率可靠性灵敏度分析[J]. 振动与冲击, 2009, 28(1): 56-59. SU Changqing, ZHANG Yimin, LÜ Chunmei, et al. Natural frequency reliability sensitivity analysis of a rotor system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(1): 56-59. (in Chinese)